- Problème -

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 4 cm.

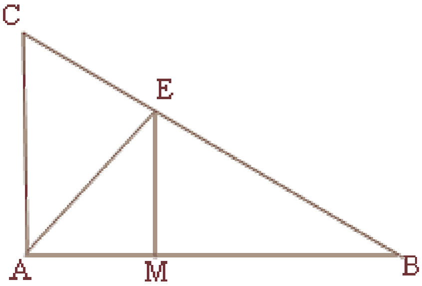
- PARTIE 1 -

1. Construire ce triangle.
2. Placer le point M sur le segment [AB] tel que BM = 3,5 cm et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB); elle coupe le segment [BC] en E.

a) Calculer AM.
b) Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles.
c) Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).
d) Le triangle AEM est-il un triangle isocèle en M ?

- PARTIE 2 -

On souhaite placer le point M sur le segment [AB] de façon à ce que le triangle AEM soit isocèle en M comme sur la figure ci-dessous que l'on ne demande pas de refaire.
On rappelle que : AB = 6 cm et AC = 4 cm.



1. On pose BM = x (on a donc : $0 \leqslant x \leqslant 6$). Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que ME = $\frac{2}{3}x$.
2. Première résolution du problème posé.

a) Montrer que : MA = 6 - x.
b) Calculer x pour que le triangle AME soit isocèle en M.

3. Soit un repère orthogonal avec pour unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

a) Représenter, dans ce repère, les fonctions f et g définies par : $f(x) = \frac{2}{3}x$ et $g(x) = 6$ □ x, pour $0 \leqslant x \leqslant 6$.
b) En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question 2.b).

CORRIGE

Ce problème est un exercice « type » des exercices géométriques au brevet : A partir d'une figure, on pose une variable (x), on met en forme le problème puis, enfin, on le résout. La mise en forme du problème (exprimer AM en fonction de x…) fait intervenir des théorèmes classiques comme celui de Pythagore et de Thalès.

Partie 1

2/ a) Ce calcul ne présente pas beaucoup de difficulté. On voit, d'après le dessin, que :
AM = AB – MB donc AM = 6-3,5 = 2,5 cm.
2/ b) (AC) et (ME) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à une troisième droite – ici (AB).
Attention, cette petite règle simple (qui veut que deux droites perpendiculaires à une troisième soient parallèles entre elles) est souvent utilisée. Elle permet de justifier des conditions d'application du théorème de Thalès. On ne sera donc pas surpris de la question suivante.

2/ c) Une fois avoir montré que (AC) // (ME), on peut appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ABC :

Dans le triangle ABC tel que :
- M appartient à [AB] et E appartient à [BC]
- (AC) // (ME)

On peut donc écrire que :

EM / AC = BM / AB = BE // BC

D'où l'on tire (produit en croix) que
EM = (BM * AC) / AB
EM = 2, 33 cm

2/ d) AEM n'est pas isocèle en M car EM n'est pas égale à AM.

Partie 2

1/ En s'appuyant sur le théorème de Thalès tel qu'il a été exprimé précédemment, on voit que :
EM = (BM * AC) / AB
On remplace BM par x et AC et AB par leur valeur respective soit :

EM = 4/6 x = 2/3 x

2/ a) On reprend le même calcul que dans le 2/ a) la première partie, avec x à la place de BM soit :
AM = 6 –x

2/ b) Le triangle est isocèle en M si : AM = EM
on peut donc poser, en s'appuyant sur les questions précédentes que :

AM= EM
6 – x = 2/3 x
2/3 x + x = 6
5/3 x = 18/5
5/3 x = 3,6 cm

3/ a et b) On trace le repère et les droites représentatives des fonctions f et g. Le point d'intersection des deux droites nous donne la valeur de x pour AM = ME ou – ce qui revient au même ici - f=g.